

# *La teoria dell'oligopolio nella tradizione paretiana*

Mario Pomini<sup>1</sup>

## **1. Introduzione**

Il problema dell'analisi delle forme di mercato non concorrenziali è stato un campo di ricerca molto attivo nel periodo tra le due guerre mondiali. Il volume di Heinrich von Stackelberg del 1934, *Marktform und Gleichgewicht*, illustra ampiamente la complessità e la ricchezza del dibattito sviluppatosi tra gli economisti matematici. Il problema era stato rilanciato in tempi moderni da Francis Edgeworth con l'articolo del 1897 "La teoria pura del monopolio", pubblicato in italiano sul *Giornale degli Economisti*. Assumendo una posizione critica nei confronti di Cournot, Edgeworth giungeva alla conclusione che in un mercato duopolistico non era possibile determinare una posizione di equilibrio stabile e la produzione, e dunque anche il prezzo, oscillava tra le due imprese in forza della interdipendenza delle loro azioni. La questione venne ripresa sul piano matematico da Pareto (1909) e generò poi un interessante filone di letteratura dove presero posizione tra gli altri Joseph Shumpeter (1908), Celin Pigou (1924), Luigi Amoroso (1921, 1930), Arthur Bowley (1924), Knut Wicksell (1925), Francis Edgeworth (1926), Harold Hotelling (1929), Edward Chamberlin (1929), Wassily Leontief (1935).

Gli autori di scuola paretiana parteciparono attivamente a questo dibattito, ed anzi con Amoroso ebbero anche un ruolo di primo piano. L'economista italiano fu sempre considerato a livello europeo come il più autorevole e strenuo difensore del modello di Cournot. Altri paretiani che diedero contributi importanti furono, Felice Vinci, Arrigo Bordin, ma soprattutto Emilio Zaccagnini che negli anni Quaranta sviluppò un originale

ritorno alle idee di Pareto. L'analisi dei contributi di paretiani ci consentirà di far emergere da un lato, l'attualità dei problemi discussi dagli economisti tra le due guerre, e dall'altro, la notevole apertura internazionale degli economisti italiani.

L'articolo è strutturato come segue. Nel secondo paragrafo viene presentata la posizione di Pareto, mentre il terzo è dedicato al modello di Amoroso del 1921. Nel quarto paragrafo viene considerata la risposta polemica di Edgeworth e la successiva replica di Amoroso. Il quinto paragrafo considera alla nuova prospettiva di Amoroso maturata negli anni Trenta. Nel settimo e nell'ottavo viene esaminata teoria dei massimi simultanei di Zaccagni, ripresa dai lavori di De Finetti. L'ultimo paragrafo contiene alcune riflessioni conclusive.

## 2. La posizione ambigua di Pareto

Il punto di partenza per i paretiani va collocato inevitabilmente negli scritti di Pareto, che si occupa dei mercati intermedi tra la concorrenza ed il monopolio principalmente nella "Appendice matematica" del *Manuale* del 1909, e dunque nell'edizione francese. Nel paragrafo 69 ("Monopolio di due individui e di una merce") e nel paragrafo 70 ("Monopolio di due individui e di due merci"), Pareto estende la discussione del monopolio al caso di due monopolisti, avendo in mente il modello di Edgeworth del 1897. Edgeworth nell'articolo pubblicato sul *Giornale degli Economisti* era arrivato alla conclusione che nel caso del duopolio la soluzione risultava indeterminata, avendo un carattere oscillatorio. L'azione individualistica dei due oligopolisti portava a continue fluttuazioni dei prezzi. Pareto osservava che il problema matematico non consisteva tanto nell'indeterminazione della soluzione ma piuttosto nella sua impossibilità, dal momento che il numero delle equazioni risultava superiore a quello delle incognite.

Seguiamo il ragionamento di Pareto (a questo proposito Stackelberg nel 1934 parlerà di un monopolio *si Pareto*). Pareto considera il caso del dupolio e dunque una situazione in cui una funzione di domanda dipende dalle quantità prodotte congiuntamente,  $q = f(q_1 + q_2)$ . Il profitto della prima impresa, se ipotizziamo per semplicità con Pareto che i costi siano nulli, sarà  $\pi_1 = q_1 f(q_1 + q_2)$  e per la seconda,  $\pi_2 = q_2 f(q_1 + q_2)$ . Ora nello schema di Pareto la massimizzazione delle due funzioni profitto richiede che si

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Scienze Economiche – Università di Padova. Mail: mario.pomini@unipd.it.

annullino le quattro derivate parziali delle due funzioni di profitto. Una delle quattro condizioni può essere eliminata utilizzando la funzione di domanda di mercato, ma rimangono comunque tre equazioni nelle due incognite, le quantità prodotte dalle due imprese. Alla fine del suo ragionamento Pareto potrà dire che:

Dal punto di vista matematico è inesatto dire, come si fa spesso, che nel caso di due monopolisti e di una merce il problema dell'equilibrio è indeterminato. Al contrario, è sovra determinato perché si pongono delle condizioni che sono incompatibili" (*Manuale*, 2006 [1909], p. 466-7).

Pareto scartava sia la soluzione di Cournot, sia quella di Edgeworth perché carenti dal punto di vista matematico. Dal punto di vista economico, le cose stavano invece diversamente e Pareto sembra avere nel successivo paragrafo 73 un ripensamento. Egli afferma:

Dal punto di vista economico, il caso del problema del §69 [il duopolio] si può osservare che, supponendo una posizione in cui uno dei monopolisti ottiene  $s_1$ , basta che il primo riduca il suo prezzo di una quantità minima per aumentare il suo guadagno e ridurre a zero la parte di suo concorrente; e viceversa. La soluzione del problema che ci siamo posti è quindi impossibile poiché nessuna delle due posizioni  $s_1$  e  $s_2$  è una posizione di equilibrio. (*Manuale* 2006 [1909], p. 601).

Se la logica matematica sembrava sbarrare la strada, la logica concreta dell'economia portava verso un'altra direzione e cioè quella indicata da Bertrand di una concorrenza sui prezzi che alla fine generava una soluzione di tipo concorrenziale. In definitiva, su questo punto anche il ragionamento di Pareto non sembra portare ad una chiara definizione teorica del problema. L'interdipendenza delle relazioni tra soggetti economici creava delle situazioni difficili o impossibili da modellare sul piano analitico. Come di consueto, Pareto poi se la cava con un richiamo all'esperienza fattuale, che sola ci potrà indicare come verrà determinato l'equilibrio economico nella situazione reale. Quindi, se da un lato la matematica era d'aiuto nell'indicare i problemi del modello, dall'altro non offriva alcuna indicazione per la determinazione dell'equilibrio possibile. Da qui, la sostanziale ambiguità della posizione paretiana.

### **3. Il contributo di Amoroso nelle *Lezioni di economia matematica* del 1921**

La posizione di Pareto viene subito fatta propria dal giovane Amoroso, i cui primi scritti sono dedicati ad un'opera di diffusione e chiarimento delle idee del maestro. La teoria dell'equilibrio economico generale era vista con un certo sospetto in Italia, in quanto giudicata troppo astratta, sia per i suoi presupposti teorici e sia per l'ampio uso della matematica. Si preferiva un'impostazione più descrittiva, ben esemplificata ad esempio dal successo del manuale di Augusto Graziani, *Istituzioni di Economia Politica* del 1904. Nell'articolo del 1909, "La teoria dell'equilibrio economico generale del prof. Pareto" Amoroso toccava anche il caso del duopolio e osservava che :

La soluzione dell'Edgeworth non è corretta: ma l'articolo del Loria non aggiunge niente a questo proposito. Nel *Manuel* è data la soluzione rigorosa del problema. Nel sistema (C) mancano due equazioni, quella in  $\varphi_{1y}$  e quella in  $\varphi_{1z}$ . Tutte le incognite si possono esprimere in funzione di due di esse. Queste sono determinate dai due monopolisti, che possono imporre ciascuno una condizione. Però non è possibile che ottengano ambedue il massimo profitto in moneta: queste due sono condizioni incompatibili. Se oscilleranno da una posizione ad un'altra, se si porranno d'accordo, se uno soperchierà l'altro, o se accadrà qualche altro fatto simile, il quale muti l'enunciato del problema, non spetta nell'economia pura di indagare; è ricerca che spetta all'economia applicata, o meglio alla sociologia. L'economia pura ci dice che le condizioni poste nell'enunciato del nostro problema sono incompatibili, e basta, non occorre che oltre si spinga. (Amoroso, 1909, p. 364).

Il giovane Amoroso stava completamente dalla parte del suo maestro. Questa posizione era destinata ad essere ribaltata a fine decennio. Le *Lezioni di economia matematica* del 1921 contengono un'esposizione completa della teoria degli  $n$  monopolisti. La svolta di Amoroso consisterà nel passare al modello di Cournot. Si è trattato di una prima compiuta generalizzazione del modello di Cournot, seguita nel 1924 da quella operata da Bowley nel suo *The Mathematical Groundwork of Economics*, e per questo sarà sempre citata dagli autori che si occuperanno di questo argomento. Nelle *Lezioni*, i cui contenuti saranno ripresi e perfezionati nell'articolo del 1930 "La Curva di offerta", Amoroso giunge ad una riflessione definitiva che lo segnerà anche in campo europeo dove egli sarà considerato il grande difensore della visione di Cournot.

Il passaggio a Cournot è del tutto naturale in Amoroso. Cournot è stato il primo economista a studiare in maniera rigorosa il problema del monopolio. Lo schema dell'oligopolio non può per Amoroso che avere come punto di partenza quello del monopolio, in un contesto in cui sono presenti più produttori dello stesso bene, gli  $n$  oligo-

polisti. Per Amoroso il modello dell'oligopolio costituisce la naturale estensione di quello del monopolio, mercato nel quale il prezzo non è costante ma varia al variare della quantità venduta. Amoroso, prima di essere un economista è un matematico, e dunque va alla ricerca delle condizioni formali che consentano di risolvere il problema. Queste condizioni sono facilmente trovate. In termini analitici il sistema da risolvere è composto da  $n+1$  funzioni (le  $n$  equazioni di profitto degli  $n$  monopolisti e la funzione di domanda) che determinano le  $n+1$  incognite, le quantità prodotte da ciascuna impresa e il prezzo del bene. La massimizzazione delle funzioni di profitto delle  $n$  imprese, sotto il vincolo della domanda, determina le equazioni necessarie e dunque facilmente le quantità di equilibrio.

Nelle *Lezioni* Amoroso si concentra essenzialmente su due problemi. Il primo è quello dell'esistenza di una soluzione (paragrafo 37), che è facilmente risolto assumendo, con Cournot ma diversamente da Pareto, che ciascuna impresa oligopolistica consideri come data la produzione delle altre. Questo comportamento individualistico genera un equilibrio di tipo particolare che Amoroso definisce in termini metaforici come un *equilibrio di guerra* (p. 210), poiché esso nasce dal contrasto degli interessi egoistici. Amoroso rifiuta implicitamente la posizione del suo maestro Pareto. Per Amoroso, con Cournot, ogni impresa massimizza la produzione e non ha alcun senso ipotizzare che prenda in considerazione, magari in via ipotetica, anche la massimizzazione dell'altra all'interno della sua funzione di profitto. Una critica a Pareto che sarà espressa con vigore dal Chamberlin (1929).

Amoroso propone, come di consueto, un chiaro esempio numerico. Eseguiti i calcoli, egli osserva che i valori trovati hanno una caratteristica peculiare: nessuno dei due oligopolisti ha convenienza a variare la quantità prodotta, data la produzione dell'altra. Si tratta dunque di un equilibrio che è ottimale in un senso molto particolare. A posteriori, possiamo dire che siamo cioè di fronte ad una prima e rudimentale definizione di quello che venti anni dopo sarà l'equilibrio di risposta ottima o equilibrio di Nash. Amoroso non coglie tutte le potenzialità di questa nuova formulazione dell'equilibrio economico tra pochi, che sarà possibile solo dopo la pubblicazione del libro *Theory of Games and Economic Behavior* da parte di John Von Neumann e Oskar Morgenstern (1944) e la nascita del nuovo programma di ricerca della teoria dei giochi.

Il secondo problema affrontato nelle *Lezioni* riguarda invece le caratteristiche di ot-

timalità non solo per la singola impresa, ma anche per la società dell'equilibrio trovato. Amoroso osserva che se le imprese si comportano come un singolo monopolista, e dunque cercano di massimizzare i profitti congiunti, si raggiunge un equilibrio diverso che risulta più conveniente per loro. In altre parole, conviene sempre alle imprese costituirsi in cartello. Se poi la produzione del cartello, sarà maggiore o minore di quella di un ipotetico monopolista, Amoroso dimostra che questo dipende dalle condizioni tecniche di produzione, in particolare dalla struttura dei costi marginali considerati per la singola impresa e per l'intero settore. Rimane poi il problema del riparto del profitto totale tra le singole imprese, ma questo è un dato storico-sociale che non viene preso in considerazione.

Grazie a questi pochi ma densi paragrafi, Amoroso verrà considerato negli anni Venti e Trenta dagli economisti che si sono occupati della teoria matematica del duopolio come il principale esponente della prospettiva di Cournot. Non si trattava peraltro di un giudizio lusinghiero perché la teoria dell'economista francese era considerata molto carente. Il punto della discussione non era secondario. Se l'argomento matematico era impeccabile, messa in discussione era invece la sua rilevanza economica. Sembrava ai più, da Edgeworth e fino a Pigou e Stakelberg, che ipotizzare la passività del comportamento dell'altra impresa fosse in pieno contrasto con la realtà dei fatti; un'utile finzione matematica ma che allontanava dalla comprensione dei fenomeni reali.

#### **4. La critica di Edgeworth del 1922 e la risposta tardiva di Amoroso**

I paragrafi sulla teoria dell'oligopolio delle *Lezioni* ebbero una grande eco internazionale perché finirono nel mirino della critica di Edgeworth. Sull'*Economic Journal* l'anno seguente troviamo una lunga recensione di Edgeworth che ne approfittava per tornare sul tema del duopolio, argomento che occupa quasi la metà del testo. Edgeworth è molto critico nei confronti dell'allievo di Pareto, e quasi aspro. Giunge perfino a suggerire che nel caso si fosse pensato ad una traduzione del volume, la parte sull'oligopolio essendo sostanzialmente errata, avrebbe dovuto essere omessa. Osserva Edgeworth:

"We believe that Professor Amoroso is alone among high authorities in siding with Cournot in this matter. The view that in monopolistic competition " the output is

indeterminate" . . . "is now commonly accepted," says Professor Pigou; and, he adds, " appears to me to be the correct one" (Wealth and Welfare, p. 193). Altogether our author's teaching about duopoly cannot be regarded as part of accepted science. We should recommend the omission of this topic, if it were proposed to translate the work into English with the view of supplying the much-felt need of an introduction to mathematical economics. ( Edgeworth, 1922, p. 405).

La critica ad Amoroso è dunque rivolta essenzialmente al modello di Cournot giudicato del tutto irrealistico e insufficiente sul piano della sua capacità di spiegare il comportamento reale delle imprese. Il ragionamento di Edgeworth peraltro procedeva in maniera singolare. Poiché non c'erano degli errori formali o concettuali nell'analisi di Amoroso, Edgeworth si limitava a riprendere l'esempio numerico di Amoroso per dimostrare che, se invece della quantità, si considerava come variabile strategica il prezzo, l'equilibrio di Cournot non risultava affatto un equilibrio, e cioè una posizione stabile, ma si arrivava ad una continua oscillazione dei prezzi. In definitiva Edgeworth interveniva dunque per difendere il suo modello del 1897, più che per contestare quello di Amoroso con una critica puramente esterna.

Amoroso non replicò alla polemica sollevata da Edgeworth ma è ritornato su questo tema solo dieci anni dopo con un articolo del 1930, "La curva statica di offerta". Si è trattato di un articolo importante in cui Amoroso ha introdotto concetti nuovi come quello di punto di fuga per l'impresa, o di indice di potere monopolistico, la cui scoperta sarà poi erroneamente attribuita a Abba Lerner per un articolo apparso in inglese nel 1934. Nella terza parte dell'articolo Amoroso ritorna sul problema degli  $n$  monopolisti. Ribadisce l'importanza del modello di Cournot e tuttavia stavolta l'ottica è diversa. Il problema centrale diviene quello della stabilità dell'equilibrio. Amoroso attraverso un esempio numerico dimostra che non solo l'equilibrio esiste, ma gode anche della proprietà della stabilità a seconda della pendenza delle curve di reazione. Quindi, se il sistema viene in qualche modo turbato, i singoli duopolisti reagiscono ripristinando la situazione iniziale. Scompare invece ogni riferimento alla soluzione cooperativa.

Il paragrafo si conclude con due note critiche: una che riguarda Bertrand ed Edgeworth e l'altra che riguarda Pareto. Amoroso osserva che la critica di Edgeworth e di Bertrand si basa sul presupposto che in realtà ognuno degli  $n$  monopolisti cerchi di cacciare gli altri dal mercato, per cui l'equilibrio sarebbe indeterminato. La risposta di Amoroso a questa critica di tipo esterno è secca perché, secondo l'economista italiano, chi

ragiona in questo modo non ha compreso il senso e il modo di operare dell'economia matematica. Osserva Amoroso:

Significa pure che ha ragione Cournot ed hanno torto Bertrand ed Edgeworth. Nella teoria matematica dei due monopolisti non si tratta di prevedere che cosa l'uno o l'altro farà in una certa situazione di fatto, ma interessa di cercare che cosa ai due sarebbe conveniente fare, se l'uno o l'altro fossero un puro homo economicus” (Amoroso, 1930. p. 17).

Amoroso considera poi criticamente anche la posizione di Pareto. La critica di Pareto ad Edgeworth viene respinta perché si basava per Amoroso su di un errore logico in quanto non era lecito supporre che entrambi i duopolisti si potessero comportare come monopolisti. Cosa impossibile perché con Amoroso: “ significa che non è possibile che A costringa B a fare la sua volontà e anche al tempo stesso B costringa A a fare la sua” (Amoroso, 1930, p. 19). L'idea di Cournot, secondo Amoroso, era diversa: investigare la possibilità da parte di ciascuno dei duopolisti di raggiungere il massimo, ciascuno all'interno della sua sfera di competenza. Quindi, alle soglie della rivoluzione operata nel 1933 da Joan Robinson e Edward Chamberlin con l'apparizione della teoria della concorrenza imperfetta, Amoroso rimaneva uno dei pochi all'interno della comunità degli economisti matematici in Europa a sostenere la validità del modello di Cournot.

## **5. Il monopolio parziale nella *Meccanica economica* del 1942**

Negli anni Trenta la ricerca di Amoroso si indirizza soprattutto nel campo della analisi dinamica, ritornando al progetto giovanile di dinamizzare la teoria dell'equilibrio economico generale. Tuttavia egli è ritornato a più riprese sul tema dei mercati non concorrenziali cambiando prospettiva. Il dibattito internazionale, con la pubblicazione soprattutto del volume di Chamberlin del 1933, aveva preso una piega differente ad anche Amoroso sembra adeguarsi al nuovo contesto di riferimento. Un primo contributo è del 1935, “La produzione in regime di concentrazione industriale”, seguito dal capitolo X dei *Principi di Economia Corporativa* del 1938. La posizione definitiva comunque sarà quella esposta nella “Lezione XI – Monopolio totale e parziale “ del volume *Meccanica Economica* del 1942.

Il nuovo punto di vista assunto da Amoroso è quello della formazione del pezzo in un contesto di concentrazione industriale. Per far questo lo schema di Cournot risulta



del tutto carente e dunque occorre cambiare strada. A questo fine egli riprende la formulazione dell'equazione del prezzo nel caso del monopolio proposta nel 1930 con le opportune modifiche per tener conto della quota di mercato della singola impresa, e dunque del fatto che l'offerta della concorrenza non è rigida. Nel saggio del 1935, Amoroso introduce la seguente relazione:

$$\frac{p - m}{\eta p} = \frac{x}{x + y(1 + \sigma)} \quad [1]$$

Nella [1] il termine  $\eta$  rappresenta, come di consueto, l'elasticità della domanda,  $x$  la produzione della singola impresa, mentre il parametro  $\sigma$ , che è l'elemento nuovo rispetto all'articolo del 1930, misura la reattività della concorrenza (rappresentata dalla variabile  $y$ ) ad una variazione della produzione della singola impresa. Secondo Amoroso questa modifica all'equazione del prezzo del monopolista si rende necessaria perché “ in regime di concentrazione industriale l'impresa che manovra la produzione deve tener conto di tre cose: ai suoi costi, a quello che fa il mercato, a quello che fa la concorrenza” (Amoroso 1935, p. 951).

L'equazione [1] viene poi generalizzata nelle lezioni del 1941/2 e assume la seguente forma definitiva :

$$\frac{p - m}{\eta p} = \frac{u}{D + \sigma E} = S \quad [2]$$

Nella [2], il termine  $D$  rappresenta l'intera domanda di mercato, mentre  $E$  va ad indicare la domanda residua e il parametro  $u$  la quantità prodotta dalla singola impresa. Per come è costruita l'equazione [2] essa può assumere un valore compreso tra zero e l'unità. Se  $S = 0$  siamo nel caso della concorrenza perfetta, e dunque il prezzo va a coincidere con il costo marginale. Nel caso in cui se vale  $S = 1$  si ritorna nel caso del monopolio. Nel caso della concentrazione industriale si ottiene un risultato intermedio. Concludendo la discussione su questo punto Amoroso osserva: “ La quantità  $S$  può pertanto essere assunta come indice della potenza dell'impresa sul mercato: quanto maggiore è il suo valore, tanto maggiore è per l'impresa la possibilità di influire direttamente sul prezzo,

tanto più accentuato il suo carattere monopolistico” (Amoroso, 1942, p. 116). Amoroso, con la [2] poteva ben dire di aver trovato, sotto determinate condizioni, un’espressione generale per la determinazione del prezzo nelle differenti forme di mercato.

## **6. Intermezzo matematico: la teoria dei massimi simultanei di de Finetti**

Nella seconda metà degli anni Trenta, il matematico e statistico italiano Bruno de Finetti risultava molto impegnato in un confronto critico con la teoria dell’equilibrio economico generale di Pareto. Al primo saggio importante, “Il tragico sofisma” del 1935 seguirono due contributi di carattere schiettamente analitico del 1937. La discussione venne riassunta e completata poi nel saggio del 1943, “La crisi di principi e l’economia matematica”. In questi lavori de Finetti si proponeva essenzialmente di contestare l’identificazione tra ottimo paretiano e il meccanismo concorrenziale. Dal suo punto di vista questa identificazione risultava essere un tragico sofisma, ovvero una proposizione scorretta sul piano logico e portatrice di nefaste conseguenze sul piano concreto. Oggi diremo che de Finetti si poneva in una condizione fortemente critica, ed anzi di aperto rifiuto, del primo teorema dell’economia del benessere. La sua critica risultava particolarmente pregnante perché affronta alcuni rilevanti nodi analitici che spesso gli economisti matematici hanno volutamente messo da parte, come De Finetti stesso osservava. Per i nostri scopi è interessante soprattutto la teoria dei massimi simultanei proposta da de Finetti in questi scritti, perché essa sarà ripresa da Zaccagnini per costruire una teoria dell’oligopolio differente da quella di Cournot.

De Finetti si era posto in maniera originale il problema di quali potessero essere i requisiti analitici di una condizione di ottimo paretiano, una situazione in cui, come è noto, non è possibile migliorare la posizione di un soggetto senza peggiorare quello di un altro. In termini del tutto generali, per De Finetti si trattava di trovare delle condizioni per cui il massimo di una funzione risultasse vincolato al massimo di altre funzioni, nel senso che ogni spostamento avrebbe provocato una diminuzione del valore di una delle funzioni coinvolte. De Finetti dimostrava agevolmente che l’esistenza di questo punto di massimo particolare richiedeva l’annullamento della matrice delle derivate parziali, della matrice Jacobiana, condizione per la quale non era possibile aumentare contemporaneamente il valore di tutte le variabili. Nel caso di due variabili la condizione di-

ventava la seguente:

$$\begin{vmatrix} f'_1 & f'_2 \\ g'_1 & g'_2 \end{vmatrix} = 0 \quad [3]$$

In questa ipotesi semplificata si poteva dimostrare con De Finetti che i punti ottimali erano legati dalla seguente relazione lineare:

$$\lambda_1 f(P_1) + \lambda_2 g(P_2) = 0 \quad [4]$$

Condizione necessaria affinché la posizione individuata fosse di ottimo simultaneo era dunque che esistano dei parametri  $\lambda_1, \lambda_2$  tutti dello stesso segno. Da questa discussione analitica, de Finetti traeva una notevole conclusione di ordine economico. Nel caso della ottimizzazione simultanea di più funzioni la posizione di ottimo per la società risulta indeterminata. O meglio, le soluzioni individuare erano  $\infty^{n-1}$ , dove  $n-1$  erano le dimensioni dello spazio vettoriale di riferimento, o in termini economici il numero degli agenti coinvolti.

Per de Finetti i riflessi sulla teoria dell'ottimo paretiano di questa caratterizzazione dei suoi aspetti analitici erano decisivi e non potevano essere ignorati. La conseguenza principale è che non esisteva una unica posizione di ottimo paretiano, ma ne esistevano infinite e il loro numero aumentava in maniera esponenziale al crescere del numero degli agenti economici coinvolti. Con le sue parole:

Ma anche prospettando il problema dell'optimum secondo la concezione ottusamente edonistica, si deve tener ben presente che quel punto di optimum che eventualmente si potesse dimostrare che sarà raggiunto nelle ipotesi liberiste, sarà necessariamente uno degli infiniti punti di optimum, che riempiono un intero dominio di una varietà ad  $n-1$  dimensioni se  $n$  sono gli individui considerati ... Cosicché, volendo anche ammettere in contrasto con quanto dimostreremo l'esattezza del principio liberale nel senso così precisato, non si giustificerebbe affatto l'esattezza del principio liberale su di esso basato, poiché rimarrebbe sempre a discutere se quel particolare punto di optimum rappresenti in confronto agli altri una situazione più o meno opportuna e sostenibile. La definizione di optimum dà infatti la condizione razionalmente necessaria perché la scelta di una determinata situazione non sia assurda, come lo sarebbe se esistesse una situazione giudicata da tutti gli altri preferibile, ma è ben ovvio che sussiste impregiudicata la questione

del limite ragionevole dello squilibrio nella misura in cui i diversi interessi vengono soddisfatti in ciascun punto di optimum. (De Finetti, 1943, p. 44-5)

Ai paretiani era ben chiaro come la soluzione di equilibrio venisse a dipendere in maniera essenziale dalla distribuzione iniziale delle risorse. De Finetti con i suoi scritti di economia matematica diede negli anni Trenta un solido contributo a questa intuizione teorica. In definitiva il problema della unicità della soluzione di equilibrio aveva degli aspetti critici, e non facilmente risolvibili, che investivano la natura stessa del problema della massimizzazione simultanea da parte degli agenti, uno dei cardini della scienza economica.

## **7. Zaccagnini e il ritorno a Pareto**

Tra gli economisti italiani la teoria dei massimi simultanei non ebbe grande risonanza, forse perché ritenuta un risultato abbastanza scontato. L'unico a coglierne appieno il significato, e a riproporla in ambito economico, è stato l'economista torinese Zaccagnini. I primi contributi di Zaccagnini sono di impostazione tradizionale trattando la teoria del baratto e la costruzione della curva di domanda (Zaccagnini, 1942). Successivamente la teoria dei massimi simultanei diventerà il baricentro della sua attività scientifica. In una serie di articoli (1947, 1952, 1958) Zaccagnini cercherà di mostrare la generalità della teoria dei massimi simultanei e la sua applicabilità al campo dell'economia politica. Per i nostri scopi, limiteremo l'attenzione alla teoria del duopolio e dell'oligopolio. Zaccagnini ritornò a Pareto, attraverso la lente matematica offerta da De Finetti.

Il punto di partenza di Zaccagnini è la tradizionale critica di scarso realismo rivolta nei confronti del modello di Cournot. Questa critica, come abbiamo osservato nei paragrafi precedenti, aveva raggiunto il suo apice negli anni Trenta, periodo in cui pochi difendevano la vecchia impostazione di Cournot. Il punto veramente problematico osservato da molti economisti era il suo realismo interpretativo e dunque l'assunzione che ognuna delle due imprese considerasse al momento della scelta ottimale come data l'attività produttiva dell'altra. Osserva anche Zaccagnini:

Sotto questo punto di vista le postulazioni del Cournot urtano il senso comune, l'osservazione quotidiana. E' evidente che senza esperienza non può concepirsi alcuna razionale operazione economica; come può ammettersi che questa esperienza non insegni

nulla ai due unici venditori del mercato e permetta di assumere come corrispondente alla realtà l'ipotesi di Cournot di Cournot sulla presunzione di ogni operatore riguardo alla quantità negoziata dal rivale? (Zaccagnini, 1947, p. 262).

E anche la soluzione di Bowley delle variazioni congetturali non poteva essere considerata come un'adeguata via d'uscita, in quanto introduceva un elemento psicologico estraneo al ragionamento economico. Per Zaccagnini, occorreva ritornare a Pareto, emendando casomai gli errori del maestro.

Alla soluzione del Cournot ed a queste critiche oppose il Pareto un'importante osservazione che risulta a nostro avviso decisiva per l'impostazione generale del problema. In realtà, scrive il geniale scienziato, le due quantità  $q_1$ , e  $q_2$  sono tutte e due variabili e tali vanno considerate nelle due funzioni di incasso totale da rendere massime. Per risolvere i due massimi si dovranno annullare quindi quattro derivate parziali che danno, tre equazioni indipendenti, numero maggiore di quello delle incognite, che sono due. Il problema, nell'asserzione di Pareto, risulta perciò iperdeterminato ossia di impossibile soluzione. Un solo postulato appariva esplicitamente in Pareto, quello edonistico, restando così esclusa ogni altra ipotesi sulla presunzione soggettiva di ogni operatore sul comportamento del rivale. (Zaccagnini, 1947, p. 264).

E ancora:

La seconda soluzione trova origine dalla critica paretiana ed è quella veramente generale poiché esclude ogni soggettiva ipotesi di un operatore sul comportamento dell'altro e considera soltanto il postulato edonistico, nella sua espressione più generale, e la simultaneità delle soluzioni. Ma era il mezzo tecnico adottato da Pareto che non era idoneo e che aveva condotto l'autore ad un'erronea conclusione: non è lecito risolvere separatamente i due massimi quando essi vanno invece simultaneamente realizzati. Applicando una tecnica matematica adeguata il problema non appare determinato, com'era nel caso di Cournot, nè iperdeterminato, come affermava Pareto. (Zaccagnini, 1947, p. 266).

Lo strumento che a detta di Zaccagnini poteva consentire questa empiace teorica era l'applicazione della metodologia dei massimi simultanei di De Finetti. In questo modo era possibile, da un lato correggere l'errore di Pareto e, dall'altro, superare il problema della modesta capacità interpretativa della prospettiva di Cournot ipotizzando che ogni impresa seguisse un comportamento massimizzato. Zaccagnini considera numerosi esempi di fecondità dell'applicazione della teoria dei massimi simultanei all'economia, considerata come uno dei paradigmi generali del ragionamento economico. Per i nostri scopi è sufficiente considerare la teoria del duopolio e dell'oligopolio.

Per far comprendere più a fondo il suo punto di vista, Zaccagnini tratta estesamente il caso classico della teoria del duopolio senza funzione di costo e con curva di domanda lineare, mettendo a confronto la soluzione dei massimi simultanei con quella di Cournot. Applicando direttamente la metodologia di de Finetti, Zaccagnini arriva alla seguente espressione del prezzo di mercato:

$$p = -p'(q_1 + q_2) \quad [5]$$

che altro non è, come egli osserva, che l'equazione che massimizza il profitto nel caso in cui le due imprese si comportassero come un monopolista. Nella [5] rimane invece indeterminata la ripartizione della produzione tra le due imprese. Come osserva Zaccagnini:

Per determinare il punto di equilibrio tra (1) e (2) occorre: 1) abbandonare l'ipotesi statica della simultaneità e quindi ammettere una particolare successione di azioni e reazioni basate su specifiche presunzioni di ogni operatore sul comportamento del rivale, oppure 2) imporre condizioni supplementari che annullino l'indeterminazione del problema (arbitrato, forza edonistica, ecc). (Zaccagnini, 1942, p. 268)

Nel caso di  $n$  monopolisti, l'equazione [5] può essere facilmente estesa e si ottiene la seguente espressione generale:

$$p = -p' \sum_{i=1}^n q_i \quad [6]$$

Zaccagnini conclude in questo modo il suo ragionamento a proposito dell'oligopolio nel saggio del 1947:

Riteniamo che le esposte applicazioni economiche del procedimento matematico per il massimo simultaneo di diverse funzioni, vincolate o no, mostrano, a nostro avviso, come sia possibile illuminare le condizioni di equilibrio di tutta una classe di problemi economici in modo rapido e rigoroso. Tali condizioni si prestano ad una spiegazione di carattere economico che spesso risulta confermata dal ragionamento ordinario — con il quale in molti casi non vi si sarebbe però pervenuti senza l'aiuto matematico — in un modo che soddisfa realmente le nostre esigenze di rappresentazione logica della realtà (Zaccagnini, 1947, p. 292).

Dunque da un lato Zaccagnini confermava a distanza di quasi mezzo secolo l'intuizione di Pareto. Nessuno dei due contraenti si poteva comportare da monopolista e il massimo profitto si aveva quando le due imprese massimizzavano i profitti congiunti. Si trattava di una posizione di equilibrio differente da quella di Cournot, con i prezzi più elevati e la quantità prodotta minore. Da un punto di vista geometrico, i punti di equilibrio della [5] si trovavano sui punti di tangenza delle curve di isoprofitto dei due oligopolisti. Rimaneva però aperto il problema della ripartizione della produzione tra le imprese. Negli anni successivi Zaccagnini cercherà di espandere la sua interpretazione dei massimi simultanei in varie direzioni, in particolare al caso di un'economia socialista.

Il tentativo di superare l'equilibrio delle compatibilità, e dunque l'equilibrio di Nash, con la formulazione alternativa ricavata da De Finetti di massimo simultaneo non ebbe molta fortuna nell'ambito della teoria dei mercati non concorrenziali. La ragione di questo insuccesso si può ricavare immediatamente dalle equazioni [5] e [6]. Esse riportano una situazione in cui il prezzo è quello di monopolio, mentre la ripartizione delle quantità prodotte dagli  $n$  monopolisti rimangono indeterminate. Da questo punto di vista il modello di Cournot è una macchina logica più potente in quanto consente di determinare le quantità prodotte, e attraverso questa via il prezzo di mercato. Non importa che per decenni esso sia stato considerato come un prodotto matematico sostanzialmente inadatto dal punto di vista sostanziale per studiare il mercato con poche imprese. Il modello dei massimi simultanei poteva sicuramente essere più in linea con la logica economica della massimizzazione ma lasciava aperto il discorso economico a fattori estranei di natura sociologica e comportamentale. Questo tipo di impostazione non creava alcun disagio ad un economista di stampo paretiano come Zaccagnini che considerava comunque decisivo il confronto con l'esperienza. Gli allievi di Pareto erano ben consci dei limiti delle applicazioni dell'matematica al ragionamento economico. Al contrario, il rigore matematico diventerà dopo il secondo conflitto mondiale il canone essenziale attraverso il quale giudicare la bontà di un ragionamento economico. La possibile indeterminatezza della soluzione di equilibrio non troverà più posto nella teoria economica e il modello di Cournot diventerà il fondamentale punto di partenza nel caso dei mercati non concorrenziali proprio per le sue virtù analitiche.

## 8. Riflessioni conclusive

Il periodo tra le due guerre è stato caratterizzato da un dibattito intenso sulla teoria dei mercati non concorrenziali. Il volume di Stackelberg del 1934 documenta in maniera dettagliata la varietà e la complessità delle varie posizioni emerse tra gli economisti matematici. Non si trattava di discussioni puramente accademiche. Le potenti trasformazioni economiche in atto, con la nascita delle grandi imprese e delle concentrazioni industriali, richiedevano da parte degli economisti un'appropriata interpretazione teorica. In particolare, la gran parte degli economisti considerava criticamente il modello di Cournot, non tanto sotto il profilo analitico ma piuttosto sotto l'aspetto di una convincente interpretazione economica, e si cercavano nuove strade. Abbiamo visto come in questo contesto i primi pareiani non abbiano mancato di far sentire la loro voce, schierandosi apertamente a difesa del modello di Cournot. In particolare Amoroso divenne una voce autorevole e sempre considerata in questo campo. Zaccagnini invece, un importante esponente della seconda generazione dei pareiani, si mosse su di una strada diversa utilizzando le intuizioni matematiche di De Finetti. Questo lo portò a riprendere la teoria di Pareto, emendandola da alcuni limiti analitici.

L'analisi del dibattito tra le due guerre può aiutarci a comprendere le ragioni per cui il modello di Cournot sia diventato l'approccio dominante alla teoria dell'oligopolio solo piuttosto tardi. Debole sul piano interpretativo, affinché l'approccio dell'equilibrio della risposta ottima si affermasse come la visione dominante era necessario che fosse inserito in un nuovo paradigma di riferimento più ampio, quella della teoria dei giochi. Solo in questo modo poté acquisire una centralità che per lungo tempo era stata messa in discussione.



## Bibliografia

- AMOROSO L., *La teoria dell'equilibrio economico secondo il prof. Vilfredo Pareto*, «Giornale degli Economisti», 19, 1909, pp. 353-367.
- AMOROSO L., *Lezioni di Economia Matematica*, Bologna, Zanichelli, 1921.
- AMOROSO L., *La curva statica di offerta*, «Il Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica», 1, 1930, pp. 1-24.
- AMOROSO L., *La produzione in regime di concentrazione industriale*, «Rivista Italia di Scienze Economiche», 8, 1935, pp. 15-32.
- AMOROSO L., *Principi di economia corporativa*, Bologna, Zanichelli, 1938.
- AMOROSO L., *Meccanica Economica*, Città di Castello, Macri, 1942.
- BORDIN, A., *Lezioni di economia politica. La statica: parte prima*, PadoCa, cedam, 1934.
- BORDIN, A., *Lezioni di economia politica. La statica: parte seconda*, Padova, Cedam, 1936.
- BOWLEY A., *The Mathematical Groundwork of Economics*, London, MacMillan, 1924.
- CHAMBERLIN E., *Value where sellers are few*, «Quarterly Journal of Economics», 44, 1929, pp. 63-100.
- DE FINETTI B., *Problemi di "optimum"*, «Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari», vol. 8, 1937a, pp. 48-67.
- DE FINETTI B., *Problemi di "optimum" vincolato*, «Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari», vol. 8, 1937b, pp. 112-26.
- DE FINETTI B., *La crisi dei principi e l'economia matematica*, *Acta Seminarii*, vol. II, pp. 33-68.
- EDGEWORTH F., *La teoria pura del monopolio*, «Il Giornale degli Economisti», 15, 1897, pp. 17-31, 307-320, 405-414.
- EDGEWORTH F., *The Mathematical Economics of Professor Amoroso*, «The Economic Journal», 32, 1922, pp. 400-407.
- GAETA A., *Concorrenza e monopolio nel pensiero di Amoroso*, «Il Giornale degli Economisti», 26, 1967, pp. 942-956.
- GRAZIANI A., *Istituzioni di economia politica*, Torino, Bocca, 1904.
- HOTELLING H., *Stability in Competition*, «The Economic Journal», 39, 1929, pp. 41-57.
- LEONTIEF, W., *Stackelberg on Monopolistic Competition*, «Journal of Political Economy»,

44, 1935, pp. 554-559.

MARTIN S., *Advanced Industrial Economics*, Cambridge, Cambridge University Press, 2002.

MISTRI M., *Su due formule amorosiane di concentrazione della concorrenza*, «Il Giornale degli Economisti e Annali di Economia», 29, 1970, pp. 257-70.

PARETO V., [1909], *Manuale di economia politica*, Milano, EGEA, 2006.

PIGOU A. C., *Economics of Welfare*, London, McMillan, 1924.

SCHUMPETER J., *Das Wesen und der Hauptinhalt der theoretischen Nationalökonomie* [The Nature and Essence of Economic Theory], Leipzig, 1908.

VON NEUMANN J. E O. MORGENSTERN, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, 1944.

VON SATCKELBERG, H., *Market Structure and Equilibrium* 2011, [*Marktform und Gleichgewicht* 1934], Berlino, Springer.

ZACCAGNINI E., *Legami tra curve di indifferenza, di baratto e di domanda*, «Il Giornale degli Economisti e Annali di Economia», 4, 1942, pp. 546-562.

ZACCAGNINI E., *Massimi simultanei in economia pura*, «Il Giornale degli Economisti e Annali di Economia», 6, 1947, pp. 258-292.

ZACCAGNINI E., *Sulle condizioni di massimo simultaneo*, «Il Giornale degli Economisti e Annali di Economia», 16, 1958, pp. 565-594