

Augusto Graziani interprete della teoria dell'equilibrio economico generale

Mario Pomini¹

1. Introduzione

Il periodo che fece seguito alla fine del secondo conflitto mondiale portò con sé dei profondi cambiamenti anche nell'evoluzione del pensiero economico italiano. L'accettazione, seppur tardiva, della teoria keynesiana negli anni Cinquanta e poi l'irrompere dell'opera di Sraffa nel decennio successivo furono i due tratti salienti che caratterizzarono la riflessione degli economisti italiani fino agli anni Settanta (Garofalo, 2004). Le differenze tra la vecchia generazione degli economisti e la nuova emersero più chiaramente che altrove anche in aree di ricerca più radicate nella scuola italiana, come quella dell'equilibrio economico generale. Gli economisti italiani avevano una consolidata reputazione in questo campo grazie agli autori di scuola paretiana. Amoruso, de Pietri Tonelli, Bordin e La Volpe, economisti che nel periodo tra le due guerre si occuparono della teoria dell'equilibrio economico generale, ripresero la teoria di Walras e di Pareto e cercarono di estenderla principalmente lungo due direzioni: quella dell'analisi dei mercati non concorrenziali ma soprattutto nel campo della dinamica con

¹ Dipartimento di Scienze economiche – Università di Padova – e-mail: mario.pomini@unipd.it.

il proposito dichiarato di rendere la teoria meno astratta e più aderente alla realtà economica.

Com'è noto (Ingrao e Israel, 1987) nel secondo dopoguerra a livello internazionale la teoria dell'equilibrio economico generale prese una strada completamente opposta rispetto a quella della ricerca di un maggior realismo interpretativo, e cioè quella del conseguimento di un maggior rigore analitico. La versione originaria di Walras e Pareto aveva accantonato alcuni aspetti tipicamente matematici che per lungo tempo vennero ignorati. Questi aspetti ebbero una importanza centrale per quella che poi divenne la svolta assiomatica, portata avanti principalmente da Arrow, Debreu e Koopmans che ebbe invece un riscontro modesto in Italia dove gli economisti che si occupavano dell'equilibrio economico generale guardavano verso un'altra direzione, quella della sua trasformazione in senso dinamico. Generalmente si tende ad attribuire questa circostanza ad un presunta arretratezza del dibattito in Italia, caratterizzato da strumenti matematici più tradizionali; ma vedremo che la vicenda è invece più complessa e chiama in causa la visione stessa del rapporto tra teoria economica e strumento analitico tipica degli studiosi italiani, da Pareto in poi. Questi ultimi non erano interessati tanto a raffinare i presupposti analitici o a determinare dei nuovi teoremi, ma piuttosto a creare strumenti rigorosi per inquadrare ed interpretare la mutevole realtà economica. Il dibattito in Italia sull'equilibrio economico generale si tenne alla larga dall'analisi formale sulle condizioni di esistenza e stabilità, ma venne concentrandosi su una questione particolare, ma non secondaria, quella della sua trasformazione in senso dinamico. La discussione che ne seguì prese la forma di analisi critica della coerenza delle equazioni di accumulazioni del modello walrasiano. La questione centrale era se il modello di equilibrio economico generale potesse essere esteso al caso dinamico e sotto quali condizioni (Garegnani, Napoleoni, Trezza, Zaghini, Tosato e Montesano).

A questa discussione diede un contributo rilevante anche Augusto Graziani. L'economista napoletano è intervenuto con alcuni articoli (Graziani 1964, Graziani e Trezza 1969), ma soprattutto con una monografia dal titolo *Equilibrio generale ed equilibrio macroeconomico* del 1965 che rappresentava non solo la posizione di Graziani, ma più in generale il punto di approdo della tradizione degli economisti italiani sulla te-

oria dell'equilibrio economico generale. Il contributo di Graziani è interessante per due motivi. In primo luogo ci aiuta a capire perché gli economisti italiani diedero scarsa rilevanza all'impostazione assiomatica e preferirono sempre ragionare in termini di maggior realismo, utilizzando strumenti matematici anche poco sofisticati ma non per questo meno rigorosi sul piano analitico. In secondo luogo Graziani in maniera del tutto inaspettata ha anticipato, nel suo tentativo di dinamizzare le equazioni dell'equilibrio economico generale, alcune tematiche che troveranno poi una vasta eco nella teoria della crescita endogena. Questo conferma l'ipotesi secondo la quale la moderna letteratura sulla crescita endogena possa essere accostata, più che al modello neoclassico di Solow del 1956, ad una impostazione classica che ha trovato la sua prima espressione matematica nel modello multisettoriale di Von Neuman del 1937 (Kurz e Salvadori, 1998).

2. Graziani ed il rinnovamento nel metodo

La discussione sulle equazioni dell'equilibrio economico generale di Graziani va inquadrata nel più ampio progetto di rinnovamento della teoria economica portato avanti nel secondo dopoguerra insieme ad altri giovani economisti come Di Fenizio, Caffè, Lombardini, solo per citarne alcuni. Graziani sviluppa il suo programma metodologico in due articoli, il più corposo *Nuovi metodi di ricerca nella scienza economica* del 1962 e uno successivo *Nuove linee di pensiero nella scienza economica* del 1965. Le riflessioni generali di Graziani sono importanti perché ci aiutano a comprendere anche il suo approccio alla teoria dell'equilibrio economico generale.

La riflessione di Graziani prende le mosse da una critica radicale alla teoria economica tradizionale, incapace a suo avviso di interpretare la moderna realtà economica. Egli è bene consapevole si trovarsi in una fase di transizione che richiede un nuovo approccio. Due sono essenzialmente le critiche che Graziani rivolge a quello che egli definisce l'atteggiamento tradizionale che coincide, sostanzialmente, con la teoria marginalista. Un primo elemento critico è rappresentato in linea generale dalla prevalenza dell'aspetto deduttivo e astratto, a scapito di quello empirico e deduttivo. Per Graziani la teoria tradizionale aveva dato troppo risalto agli aspetti analitici e il grande sforzo di ge-

neralizzazione aveva trasformato la teoria economica in un insieme di proposizioni teoriche di scarsa efficacia interpretativa. Il secondo pilastro su cui si reggeva a suo modo di vedere la teoria neoclassica era l'ipotesi che il sistema economico fosse stazionario e che la teoria economica si riducesse ad una analisi dei meccanismi che determinano la ripartizione di risorse date. Se la teoria tradizionale era essenzialmente statica, uno schema della ripartizione delle risorse date attraverso il sistema dei prezzi, e deduttiva, ogni azione economica poteva essere ricondotta ad un processo di massimizzazione vincolata, occorreva cambiare direzione di marcia se non si voleva entrare in un vicolo cieco. La teoria tradizionale per arrivare ad una teoria coerente ed elegante dello scambio e del funzionamento dei mercati aveva messo da parte molti problemi che invece risultavano centrali per la teoria economica. Fra i temi trascurati dalla teoria neoclassica, per Graziani, ma che costituivano il necessario banco di prova di ogni teoria economica spiccavano quelli dell'accumulazione del capitale, dello sviluppo del reddito e la teoria della moneta.

Il superamento di questa visione statica e deduttiva della scienza economica è stato determinato secondo Graziani dall'emergere di nuove prospettive teoriche, in primo luogo la rivoluzione keynesiana; ma anche da una nuova tendenza a considerare i fenomeni economici da un punto di vista empirico, come accadeva nella teoria dell'impresa oppure in quella dello sviluppo economico. Gli elementi essenziali di questa rivoluzione metodologica erano costituiti dal tramonto del razionalismo deduttivista e dal passaggio da una concezione statica a una dinamica dell'economia. Per Graziani:

Abbandonata la concezione razionale dell'economia, l'economista contemporaneo tende a considerare con minore interesse le questioni di stretta efficienza, care ai neoclassici, per concentrare la propria preferenza sul problema quantitativo della produzione. Mentre per i neoclassici la dotazione iniziale delle risorse economiche era un dato del problema, per l'economista contemporaneo il problema delle quantità prodotte viene in prima linea [...]. Sotto questo profilo l'analisi keynesiana rappresenta una pietra miliare nell'evoluzione del pensiero moderno e segna il passaggio dall'analisi dei prezzi all'analisi delle quantità. (Graziani, 1962, p. 341)

Da un punto di vista più strettamente epistemologico è da notare come il punto di riferimento di Graziani fosse rappresentato alla metodologia dell'economia positiva di Friedman. Una lunga parte del saggio del 1962 è dedicata infatti ad una analisi detta-

gliata della posizione di Friedman che viene considerata la più adatta per interpretare la nuova fase di sviluppo in cui si trovava la scienza economica. Il metodo empirico o dell'economia positiva è caratterizzato dal fatto che l'attività scientifica non ha inizio con la posizione di un insieme di assiomi, da cui attraverso lunghe catene deduttive si cerca di far derivare le regole del comportamento economico, ma piuttosto con l'individuazione di un problema rilevante. In questa fase non ci sono precetti da seguire ma tutto dipende dall'intuizione creatrice del ricercatore. La seconda fase porta alla formulazione di una o più ipotesi che possono offrire una spiegazione plausibile. Anche in questo caso siamo di fronte alla fantasia creatrice dello studioso e la pratica scientifica non rispetta alcuna regola precisa. L'ultimo e decisivo passo consiste nella verifica empirica. Graziani osserva:

Se le previsioni formulate mediante applicazione della teoria non trovano conferma nell'esperienza, la teoria viene respinta e il processo di formulazione deve ricominciare da capo. Se viceversa la teoria trova conferma nei dati empirici, essa viene accettata ed entra a far parte della dottrina. Tale accettazione è soltanto provvisoria, perché la teoria ammette sempre progressi, e d'altro canto, la realtà economica è per sua natura mutevole nelle strutture e nei meccanismi, e richiede di continuo schemi interpretativi nuovi. (Ivi, p. 306)

Da queste premesse scaturisce una visione aperta e dinamica del progresso scientifico. La scienza economica è costituita da un insieme di teorie che sono delle impalcature provvisorie, valide solo entro determinate circostanze, e che in ogni momento possono essere falsificate dall'esperienza. In definitiva, per Graziani il contrasto profondo con il metodo tradizionale deriva da una diversa ontologia. I sostenitori del metodo tradizionale si proponevano di costruire una rappresentazione logicamente coerente del processo di allocazione delle risorse economiche, ma in questo modo non erano in grado di spiegare aspetti importanti della realtà economica, cioè quelli che non si lasciavano ricondurre all'interno della cornice di un razionalismo deduttivista. Il nuovo metodo empirico, al contrario secondo Graziani, partiva dai problemi concreti e senza la pretesa di trovare leggi universalmente valide voleva offrire nuovi strumenti concettuali per aumentare la comprensione del funzionamento reale dei sistemi economici. E' con questo atteggiamento di apertura verso il nuovo e di critica nei confronti della teoria tradizionale che Graziani affronta anche le questioni lasciate aperte della teoria dell'equilibrio e-

economico generale, un tema classico della tradizione italiana da Pareto in poi. Ad iniziare da quello della sua trasformazione in senso dinamico.

3. L'equilibrio economico generale statico: da Amoroso a Graziani

Prima di affrontare la questione della costruzione di un modello dinamico l'equilibrio economico generale, la parte che era rimasta da costruire da Pareto in poi, Graziani non poteva prescindere da fare il punto sullo stato in cui si trovava la teoria statica. Questa valutazione è proposta nella prima parte del volume del 1965, *Equilibrio generale ed equilibrio macroeconomico*. La riflessione di Graziani è interessante per due motivi. In primo luogo ci aiuta a capire le ragioni per cui gli economisti italiani non guardarono con favore alla svolta assiomatica che proveniva dal contesto internazionale. In secondo luogo, ci rivela un forte aspetto di continuità della scuola italiana su questo punto. Non solo Graziani nella sua ricostruzione critica rivela una piena conoscenza degli autori italiani che avevano trattato il tema, da Amoroso a Sensi che sono spesso citati, ma ribadisce una posizione che era ben consolidata: la teoria statica dell'equilibrio generale nella forma di Pareto e prima ancora di Walras aveva raggiunto per l'economista teorico la sua piena completezza. Gli unici miglioramenti possibili erano degli aspetti matematici che, a cominciare già da Pareto con la sua polemica con il giovane matematico Scorza, erano giudicati di scarso interesse per l'economista, anche se rilevanti per un matematico. La sfida vera consisteva nell'espandere il raggio interpretativo della teoria: in sostanza nel passare dalla statica alla dinamica.

Lo spunto per questo chiarimento viene offerto dalla critica di indeterminazione al sistema walrasiano formulata agli inizi degli anni Sessanta da Tosato. Quest'ultimo aveva sostenuto nel volume *Equilibrio economico generale e accumulazione del capitale* (1962) che il modello originale walrasiano era privo di una unica soluzione, e dunque doveva considerarsi indeterminato. Secondo Tosato il sistema walrasiano originario risultava perfettamente determinato solo dopo aver assegnato un valore arbitrario al tasso di interesse. Graziani riconosce pienamente il valore di questa critica che però a suo avviso poteva essere ricondotta all'unica circostanza che Walras assumeva dei coefficienti

di produzione costanti. Graziani dimostra agevolmente che l'indeterminazione del sistema walrasiano discendeva direttamente dal fatto che per semplificare il ragionamento economico Walras ipotizzava coefficienti di produzione costanti, e dunque funzioni di produzione lineari. Nella sua analisi Graziani va oltre e definisce una tipologia di condizioni che consentono di circoscrivere la questione dell'unicità della soluzione di equilibrio e della sua significatività economica. Con le sue parole:

Possiamo allora formulare le seguenti conclusioni riguardo all'accusa di indeterminazione sollevata contro il sistema di Walras:

- 1) il sistema nella sua formulazione originaria possiede una soluzione che non ha il pregio né della unicità e nemmeno quello della significatività economica;
- 2) Se questo sistema viene modificato sostituendo le equazioni con disequaglianze, la soluzione diviene economicamente significativa ma perde il beneficio dell'unicità, anzi il numero delle soluzioni possibili da finito diviene infinito;
- 3) Se il sistema viene modificato sostituendo le funzioni della produzione lineari con funzioni tradizionali a coefficienti flessibili, la soluzione diviene unica ma non necessariamente significativa. Per renderla significativa due vie sono possibili:
 - a) introdurre le disequaglianze al posto delle eguaglianze, in questo caso il pregio della unicità viene perduto;
 - b) introdurre ipotesi particolari riguardo alla forma della funzione di produzione e della funzione di utilità.

Graziani propende decisamente per la soluzione 3b). Il requisito della unicità è caratteristica dei sistemi di equazioni con funzioni di produzione a coefficienti flessibili, purché le funzioni coinvolte possiedano i necessari requisiti di continuità e convessità. L'esistenza, o per usare il linguaggio di Graziani, la significatività della soluzione è garantita mediante l'ipotesi di asintoticità degli isoquanti e delle curve di indifferenza. Una condizione classica che si ritrova in tutti i libri di testo di microeconomia.

Confrontato con gli esiti del dibattito internazionale degli anni Cinquanta, la discussione in Italia su questi può apparire piuttosto elementare e datata. Mentre la questione a livello internazionale veniva trattata con strumenti matematici raffinati, come ad esempio la teoria degli insiemi convessi e i teoremi ad essi relativi, in Italia gli economisti di punta guardavano ancora alla logica della coerenza del sistema di equazioni usando il calcolo infinitesimale e le condizioni di primo ordine. Una prima, ma probabilmente superficiale, ragione di questo distacco degli economisti italiani dal contesto internazionale può essere trovata nel diverso bagaglio matematico richiesto, che sicu-

mente non era alla portata dell'economista medio. Nel secondo dopoguerra l'economia teorica passa saldamente nelle mani di studiosi che prima di essere economisti sono dei buoni matematici che vanno alla ricerca di nuovi approfondimenti analitici di vecchie questioni. Una seconda linea di spiegazione guarda più in profondità, e rinvia alla visione più complessa che gli economisti italiani avevano del rapporto tra lo strumento analitico e l'interpretazione economica. La posizione di Graziani non è quella di un economista che non è al corrente della evoluzione delle tecniche matematiche della sua disciplina, ma piuttosto è quella di un economista che si richiama ad una posizione ben fondata, anche sul piano matematico, della tradizione italiana; essa affonda le sue radici negli scritti di Amoroso, l'economista matematico per eccellenza nella prima metà del '900 in Italia.

Amoroso affrontò i problemi posti dagli economisti matematici degli anni Cinquanta ben prima, e cioè in un importante articolo del 1928 dal titolo *Discussione del sistema di equazioni che definiscono l'equilibrio del consumatore*, purtroppo pubblicato solo in Italiano ma la cui rilevanza non sfuggì a Schumpeter che ne fece una specifica menzione nella sua *Storia dell'Analisi Economica*. Amoroso voleva dare importanza a quegli aspetti analitici che Pareto aveva scartato nella sua polemica con il giovane matematico Scorza.

Nell'introduzione dell'articolo Amoroso definiva chiaramente il problema matematico che intendeva affrontare :

La teoria classica teoria del consumatore, nella bene nota formulazione di Walras, Edgeworth e Pareto, ed esposta nelle mie *Lezioni di economia matematica* non è completa. Invero, riducendo il problema a quello di determinare una posizione di massimo, esso richiede che le quantità individuate rispettino alcune condizioni che sono necessarie, ma non necessarie e sufficienti per un massimo. Una analisi di queste condizioni è richiesta, per mostrare che questa soluzione esiste, il numero delle soluzioni, ecc. La presente nota intende provvedere ad una tale analisi (Amoroso,1928, p. 99)

Quindi Amoroso già nel 1928 si poneva il classico problema matematico di determinare le condizioni di'esistenza e di unicità della soluzione di equilibrio, anche se con riferimento al singolo consumatore. Non siamo ancora in un'analisi di equilibrio genera-

le, ma questa sarà poi la strada seguita dal nostro autore. Amoroso dimostra nell'articolo del 1928 in maniera rigorosa, servendosi di alcuni lemmi secondo lo schema di ragionamento assiomatico che, date le ipotesi iniziali sulla struttura della funzione di utilità, la soluzione di ottimo del singolo consumatore esiste ed è unica. Curiosamente, nella sua dimostrazione fa uso della prova di non-contraddizione, una delle tecniche dimostrative proprie dell'approccio assiomatico. Questo fa osservare a Guccione and Minelli (1999) che questo articolo è uno dei primi esempi di applicazione del metodo assiomatico in economica.

Le condizioni analitiche che garantiscono quello che Amoroso chiama il «teorema fondamentale» dell'equilibrio del consumatore sono quelle che tradizionalmente caratterizzano la struttura della funzione di utilità, solamente che nel caso di Amoroso sono giustificate, da paretiano, su base dell'osservazione sperimentale. E' l'evidenza empirica che guida la riflessione analitica, e non viceversa. Per Amoroso la concavità della funzione di utilità e la linearità nella funzione vincolo di bilancio sono condizioni necessarie, ma anche sufficienti, per portare alla conclusione che la soluzione di equilibrio esiste ed è unica. Purtroppo Amoroso non estende l'analisi al caso generale di più consumatori e nemmeno la estende alla produzione. Egli si accontenta di questo primo, ma importante, risultato preliminare. Negli anni Trenta Amoroso abbandonerà completamente il campo della statica per cercare di costruire una teoria dinamica dell'equilibrio economico generale (Amoroso 1933, 1938, 1940). Questa sua ricerca lo porterà ad utilizzare ampiamente il calcolo funzionale e sfocerà nelle dense lezioni di economia matematica tenute nell'anno accademico 1941-1942 presso l'Istituto di Alta Matematica di Roma. Qui, il problema dell'esistenza e dell'unicità vengono di nuovo considerati e Amoroso osserva:

E' stato provato che sotto certe condizioni, che sostanzialmente riproducono quelle della lezione II riguardanti la curvatura della pendenza della funzione di utilità, il sistema formato dalla equazione lineare di bilancio e la condizione di primo ordine $[\frac{1}{p_1} \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = \frac{1}{p_2} \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} = \dots = \frac{1}{p_n} \frac{\partial \Phi}{\partial x_n}]$ ammette in generale una ed una sola soluzione. Essa quindi determina in maniera univoca le incognite, x_1, x_2, \dots, x_n . Senza andare avanti nella prova, noi mostriamo la sua validità nel caso in cui la funzione di utilità assume la seguente forma:

$$\Phi = Ax_1^a x_2^b \dots x_n^k$$

dove A è una costante positive; e a, b, \dots, k sono costanti positive la cui somma è inferiore all'unità. (Amoroso 1942: 22-23).

Se il problema del singolo consumatore è ben posto, dei dubbi possono sorgere quando si passa dall'equilibrio dell'agente razionale al caso in cui vi siano più consumatori:

Se condizioni formulate precedentemente [nel saggio del 1928] per le funziona indice di ofelimità siano sufficienti per assicurare che il sistema sempre ammetta una ed una sola soluzione è una argomento non ancora sviluppato. Non intendo sviluppare la questione qui e mostrerò che il teorema è effettivamente vero nel caso particolare in cui ma funzione indice di utilità assuma la forma semplificata di $\Phi = Ax_1^a x_2^b \dots x_n^k$, dove A e a, b, \dots, k , sono delle costanti positive. (Amoroso 1942, p. 38).

Questa citazione chiarisce ulteriormente l'approccio degli economisti italiani a queste problematiche. In essa risulta chiaramente come Amoroso restringa il campo di indagine alle questioni che hanno un interesse economico e non solamente matematico. Ragione per cui non gli interessava discutere il problema nella sua generalità, ma solo verificare che date ipotesi ragionevoli sulla forma della funzione di utilità anche nel caso di molti consumatori il problema ammetteva una soluzione che aveva anche il pregio dell'unicità.

Dunque possiamo mettere in luce una linea di pensiero che partendo da Pareto, e attraverso Amoroso ed i paretiani è arrivata fino a Graziani e che in linea generale riguarda il rapporto tra elemento analitico e intuizione economica nel formulare la teoria economica. All'interno di questo approccio l'uso della matematica aveva un ben preciso significato, quello di dare coerenza e rigore analitico al ragionamento economico che comunque doveva sempre avere un solido rapporto con al realtà. Gli autori della scuola italiana dunque, non si spinsero scientemente molto in là negli approfondimenti matematici, accontentandosi dei risultati che si potevano raggiungere usando il calcolo infinitesimale. Questo atteggiamento non era motivato da una diffidenza nei confronti dello strumento matematico, ma piuttosto dal timore che il formalismo potesse allontanare la

teoria dalla sua genuina funzione, che era quella di offrire una spiegazione ai fenomeni empirici. Se gli economisti italiani, con Amoroso, sono stati i primi a muovere i primi passi verso la teoria assiomatica dell'equilibrio economico generale, sono stati anche i primi ad abbandonare quella direzione di ricerca. Già nel 1936, un autorevole parietano, de Pietri Tonelli, metteva in guardia contro l'uso eccessivo della matematica in economia. E questo non per una carenza di tipo analitico ma piuttosto per una scelta di tipo metodologico. Le principali innovazioni nel campo della teoria dell'equilibrio economico generale non potevano arrivare dai raffinamenti analitici della statica, ma piuttosto dalle nuove acquisizioni nel campo della dinamica.

4. La nozione di *equilibrio dinamico*

Il passaggio dalla teoria statica a quella dinamica dell'equilibrio economico generale presuppone in via preliminare una definizione precisa del concetto stesso di dinamica economica. Se non vi è alcuna difficoltà a pensare all'economia dinamica come allo studio del movimento delle variabili economiche nel tempo, è necessario tuttavia precisare in che modo questo cambiamento possa essere espresso in termini formali. Un primo approccio è stato quello di guardare genericamente al processo di accumulazione dei beni capitali. Questo tentativo è stato fatto dallo stesso Walras che ha preso in considerazione anche le equazioni di produzione dei beni capitali, che fungono da equazione di offerta, e le equazioni di domanda di capitali nella forma della condizione che in equilibrio il rendimento dei singoli beni capitali sia il medesimo. In ogni istante dunque le condizioni di equilibrio definiscono non solo l'ammontare dei beni consumati ma anche la dotazione dei beni produttivi che sarà adoperata nel periodo successivo. Nella visione di Walras i parametri che condizionano le variabili mutano nel tempo e la successione di questi equilibri puntuali determina la traiettoria dinamica del sistema economico. Questa successione di equilibri istantanei non costituisce ancora un equilibrio dinamico, come aveva già suggerito Pareto, perché l'equilibrio raggiunto in un periodo è del tutto indipendente da quello raggiunto negli altri periodi, sia precedenti che successivi.

In Walras dunque ogni periodo rappresenta un episodio chiuso ed anche con l'introduzione dei beni capitali il modello risulta del tutto statico.

Per passare dall'equilibrio statico a quello dinamico non occorre solo far dipendere in ogni istante le singole grandezze dal tempo, ma era necessario indicare come si potesse passare da una posizione di equilibrio all'altra. A parte il tentativo puramente formale di Pareto nella appendice ad un articolo del 1910, i primi tentativi di giungere ad una soluzione di questo tipo, e dunque ad un equilibrio genuinamente dinamico, furono portati avanti negli anni Venti da due matematici americani, G. Evans e C. Roos. La principale novità che rese possibile un primo passo avanti fu la modificazione della curva di domanda di mercato nella quale la quantità domandata di un bene veniva a dipendere, oltre alle consuete variabili, anche dalla variazione attesa del prezzo. In un periodo come quello degli anni ruggenti degli Stati Uniti era abbastanza ragionevole ipotizzare che l'intensità della domanda fosse influenzata anche dalle attese sulla variazione del prezzo, catturate dal punto di vista formale dalla sua derivata prima. L'introduzione di questo nuovo elemento analitico portò sia Evans che Roos ad utilizzare per primi in economia una nuova branca della matematica, il calcolo funzionale, arrivando a costruire dei modelli in cui l'equilibrio non risultava definito da un singolo valore, ma piuttosto da una traiettoria che dipendeva in maniera esogena dal tempo. I lavori dei due matematici americani ebbero grande risonanza soprattutto in Italia, dove l'applicazione del calcolo funzionale fu ulteriormente sviluppata dalla scuola paretiana, principalmente da La Volpe ed Amoroso i quali giunsero ad una loro versione originale dell'equilibrio dinamico (Pomini, 2012)

Legare la dinamica economica al calcolo funzionale, come accadrà invece negli anni Sessanta, era un passo troppo avanzato per gli economisti tra le due guerre e più fortuna ebbe una definizione di dinamica economica analiticamente meno impegnativa e più operativa proposta da R. Frisch (1936); poi ripresa e divulgata da P. Samuelson nei due capitoli finali del suo volume *Foundations* del 1946 (Weintraub, 1998). Secondo Frisch in senso del tutto generale una relazione economica può essere considerata dinamica solamente se contiene una relazione tra lo stato di una variabile e la sua direzione di cambiamento. Questa definizione sembra del tutto generale, ma in effetti non lo è (Monte-

sano 1980). Essa non ci dice che una relazione è dinamica quando il valore della variabile dipende dalla coordinata temporale; piuttosto afferma, in maniera molto più restrittiva, che in economia ha senso considerare dinamico un modello quando, dato il punto di partenza di una variabile, è nota anche la direzione del suo movimento. Questo aspetto cruciale sarà evidenziato soprattutto da Samuelson che nella sua discussione criticherà ogni visione analiticamente ingenua della dinamica che faceva dipendere l'andamento di una grandezza della variabile dal tempo assunto come parametro esogeno.

Questa particolare definizione proposta da Frisch e da Samuelson dell'equilibrio dinamico sarà ampiamente accettata nella letteratura successiva, e diventerà anzi quella dominante, in ragione dei suoi indiscussi vantaggi. In primo luogo si superava la nozione di statica comparata propria dei modelli uni-periodali in quando le variabili risultavano collegate tra di loro in periodi di tempo differenti. In secondo luogo si evitavano le notevoli complicazioni matematiche del calcolo funzionale, presenti nei modelli di Evans e Roos. In terzo luogo si metteva in chiaro la differenza tra statica e dinamica. Un modello risultava statico quando il tasso della variazione della variabile si annullava, in caso contrario risultava dinamico. Da qui la ben nota proposizione spesso ripetuta secondo la quale la statica può essere considerata come un caso particolare della dinamica.

Questa definizione di equilibrio dinamico risultava tuttavia poco adatta a definire l'equilibrio di lungo periodo di una variabile in cui il tasso di variazione non fosse nullo ma piuttosto costante, come nel caso abituale della teoria della crescita economica. Due erano i possibili rimedi per estendere questa visione al lungo periodo. Il primo consisteva nell'assumere che il valore di equilibrio della variabile venisse a dipendere da elementi esogeni. Sarà il caso della teoria della crescita esogena di Solow nel quale il tasso di crescita dell'economia risulta dipendere dal progresso tecnico oppure dalla dinamica demografica. In questo caso la dinamica ottenuta avrà le caratteristiche di una dinamica di transizione, anche se su di un arco temporale molto ampio. Il secondo richiedeva un approccio più diretto e consisteva nell'assumere fin dall'inizio la costanza del tasso di variazione della variabile di interesse, in generale quello del fattore accumulato. Questa seconda impostazione apparve per prima nella letteratura economica e prese forma nel

modello di crescita di von Neumann del 1937. Questi due approcci hanno occupato la scena della teoria economica nel secondo dopoguerra a fasi alterne. La soluzione di Solow diede grande impulso alla modellistica sulla crescita economica, poi anche nella sua versione ottimizzante, fino agli anni Settanta. Dopo un decennio di crisi, è emersa la teoria della crescita endogena che sotto molti aspetti può essere considerata una traiettoria di ricerca più affine all'impostazione del grande matematico ungherese. Tra le due tradizioni di ricerca, gli economisti italiani privilegiarono ampiamente l'impostazione di von Neumann. Essa aveva il vantaggio essenziale di essere fin da subito un modello di equilibrio economico generale. Nel contesto italiano il programma di ricerca più ambizioso e con risultati più importanti è stato quello della dinamica strutturale di Pasinetti. Ma questo approccio esercitò il suo fascino anche sul giovane Graziani che intervenne in maniera originale nel dibattito italiano.

5. Dinamica dell'equilibrio economico generale o dinamica macroeconomica?

La questione rimasta aperta della dinamizzazione dell'equilibrio economico generale viene affrontata da Graziani in un breve articolo del 1964, e in maniera più completa nel quarto capitolo del saggio del 1965, intitolato *Dall'equilibrio generale all'equilibrio macroeconomico*. Graziani in primo luogo scartava alcuni autorevoli tentativi di soluzione, come quelli di Hayek e Hicks. Hayek, ed in misura minore Hicks, aveva risolto il problema dell'equilibrio dinamico ipotizzando che i soggetti economici potessero formulare previsioni perfettamente corrette rispetto al futuro. Queste due soluzioni non erano soddisfacenti per Graziani in quanto si trattava di soluzioni puramente formali che, di fatto, riproponevano lo schema statico. Per passare all'analisi dinamica occorre anche per Graziani considerare, secondo la concezione della dinamica di Frisch-Samuelson che aveva in mente, la dipendenza del valore assunto da una variabile in un dato istante da quello assunto nell'istante precedente, sempre in una condizione di equilibrio.

Il caso che Graziani prende in considerazione, che è anche quello che ha minori complicazioni analitiche e per questo sarà quello più considerato nella letteratura, è

quello dello stato stazionario. Come nel caso della statica, anche in quello della dinamica la stazionarietà implica che alcune variabili non cambino nel corso del tempo; in questo caso le variabili che si mantengono costanti sono i prezzi dei beni e dei fattori. Graziani non giustifica da un punto di vista teorico questa assunzione, cosa che avverrà solo negli anni Ottanta con la teoria delle aspettative razionali, ma si limita a considerarla come una prima, anche se fondamentale, ipotesi di lavoro. Consideriamo ora nel dettaglio il modello proposto da Graziani.

In chiave dinamica il punto di partenza rimangono le equazioni di accumulazione dei beni capitali di Walras e di Pareto che vengono opportunamente modificate. Nel caso concorrenziale in una condizione di equilibrio tutti i beni capitali devono realizzare lo stesso rendimento monetario che deriva dalla seguente espressione,

$$r = \frac{v_i}{p_i} c_i \quad [1]$$

La novità rispetto alla versione originaria di Walras è rappresentata dal parametro c_i che Graziani definisce come il rendimento fisico di una unità di macchinario, mentre v_i come di consueto indica il prezzo del servizio e p_i quello del bene capitale. Usciti dal modello walrasiano di puro sconto, si tratta ora di determinare come il rendimento fisico del capitale risulti determinato. Graziani definisce questa nuova grandezza come il rapporto tra la variazione ottenuta del prodotto e lo stock di unità di macchinario disponibile nel periodo precedente. In simboli,

$$c_i = \frac{q_i(t) - q_i(t-1)}{k_i(t-1)} \quad [2]$$

dove $q_i(t)$ rappresenta il livello della produzione di equilibrio in un certo istante di tempo e $k_i(t-1)$ il livello dello stock, sempre di equilibrio, di capitale nel periodo precedente. La [2] vale per ogni singolo bene capitale che avrà la sua specifica produttività

in termini fisici. Inserendo ora la [2] nella [1] Graziani ottiene l'equazione che esprime il tasso di rendimento in valore per ogni singolo bene capitale:

$$\frac{q_i(t)v_i - q_i(t-1)v_i}{k_i(t-1)p_i} = r \quad [3]$$

Nella posizione di equilibrio di stato stazionario il rendimento fisico dei singoli beni capitali rimane inalterato nel tempo, come pure i prezzi relativi. Di conseguenza anche il rendimento in termini monetari non cambia. L'equazione [3] non vale solo per il singolo bene capitale ma può essere estesa all'intera economia,

$$\frac{\sum q_i(t)v_i - q_i(t-1)v_i}{\sum k_i(t-1)p_i} = r \quad [4]$$

Per chiudere il modello, Graziani utilizza l'ipotesi macroeconomica che i beni capitali siano finanziati con una frazione costante del reddito. Possiamo quindi aggiungere una nuova equazione,

$$\sum k_i(t)p_i = s \sum q_i(t)v_i \quad [5]$$

Poiché le [5] vale per ogni periodo, possiamo riscrivere la [4] nel seguente modo:

$$\frac{\sum q_i(t)v_i - q_i(t-1)v_i}{\sum q_i(t-1)v_i} = sr \quad [6]$$

Quest'ultima equazione esprime la crescita del reddito in condizioni di equilibrio. In base alla [6] il tasso di crescita del reddito è eguale al prodotto tra la propensione marginale al risparmio e il rendimento dei beni capitali, e dunque il saggio di profitto. Non

è difficile scorgere nella [6] una delle tante formulazioni del tasso di crescita di lungo periodo che si ritrovano nei modelli di crescita endogena, come ad esempio nel modello AK di Rebelo. La crescita nel lungo periodo risulta costante, ed endogena, in ragione della propensione al risparmio che è positiva e di un fattore di produttività che Graziani chiama rendimento sociale dei beni capitali.

Dall'equazione che esprime la crescita del sistema economico Graziani ricava due conclusioni. La prima, quella che gli interessa maggiormente, consiste nel fatto che in ragione delle ipotesi assunte il modello di equilibrio generale di partenza si è trasformato a suo avviso in qualcosa di diverso, cioè in un modello macroeconomico aggregato. Poiché i prezzi sono costanti ed il tasso di espansione dei vari settori dell'economia è il medesimo, il modello non è più di equilibrio economico generale ma si comporta come un modello in cui vi è un unico bene composito che viene consumato ed accumulato. Con le sue parole: "Ecco quindi che al fine di definire una posizione di equilibrio sostanziale, si è dovuta sacrificare la disaggregazione caratteristica dei modelli di equilibrio economico generale e trasformare il modello walrasiano in un modello aggregato ad un solo settore." (Graziani, 1965, p. 78). Per Graziani l'equilibrio dinamico, tema su cui si erano esercitati gli autori di scuola paretiana, diviene possibile solo come teoria della crescita economica. Ma in questo caso è necessario restringere l'attenzione alle variabili aggregate. La svolta dall'analisi statica a quella dinamica è venuta così a coincidere con la svolta dall'analisi disaggregata all'analisi macroeconomica. In effetti questa intuizione di Graziani si è mostrata del tutto fondata in quando l'analisi dinamica disaggregata ha avuto uno scarsissimo sviluppo teorico per i problemi, anche di carattere analitico, che poneva.

Anche una seconda osservazione proposta da Graziani riveste un certo interesse. L'equazione [6] può essere vista da due prospettive diverse a seconda di quali variabili siano considerate esogene e quali endogene. Nella moderna teoria della crescita la variabile endogena è il tasso di crescita del reddito. Graziani muove invece da un'ottica keynesiana e considera come variabile endogena il tasso di profitto. Nella posizione di equilibrio il tasso di profitto, oppure con Graziani il tasso di rendimento sociale dei beni capitali, viene a dipendere dal tasso di crescita del reddito diviso per la propensione al

risparmio. Questo allontana la posizione di Graziani da una possibile interpretazione neoclassica ma anche di tipo classico. Il profitto in questo semplice modello è una variabile residuale che viene a dipendere dalla forza della creazione del reddito.

Graziani getta poi uno sguardo anche sulla scuola italiana che molto di era impegnata in questo ambito con una riflessione retrospettiva che merita di essere riportata per intero:

Circostanze che sarebbe difficile indagare hanno voluto che la dottrina italiana, che così largamente e autorevolmente aveva partecipato all'elaborazione della teoria dell'equilibrio generale, risultasse sostanzialmente estranea a questa svolta. [...]. Uno dei tentativi più comuni fu quello di dinamizzare l'equilibrio economico mediante la semplice ipotesi che ogni parametro fosse funzione del tempo; espediente, questo, quanto mai semplicistico e che può condurre tutt'al più ad una analisi di statica comparata, che poco ha a che vedere con l'analisi dinamica vera e propria. Ciò che caratterizza l'analisi dinamica non è la semplice dipendenza delle variabili dal fattore tempo, inteso come variabile esogena, ma la dipendenza che ogni variabile assume in ogni istante dal valore assunto dall'istante precedente; solo questa impostazione può dar luogo alla rappresentazione del processo economico come insieme di fenomeni concatenati svolgentesi nel tempo. M, a questo tipo di impostazione i teorici dell'equilibrio generale non giunsero mai (Graziani, 1965, p. 79).

Il passo in più che Graziani ritiene di aver compiuto rispetto alla tradizione italiana è stato quello di passare da una visione dinamica generale, ma poco operativa, ad una visione della dinamica come processo di accumulazione delle risorse, e quindi in definitiva alla teoria della crescita.

6. Dal problema della stabilità a quello della crescita

La soluzione macroeconomica, secondo Graziani, consentiva di superare tutti i problemi che la tradizione di Walras e Pareto aveva lasciato aperti. Tuttavia la prospettiva era fortemente mutata. Il sistema nel lungo periodo si muoveva su di una traiettoria di steady-state come nel modello di Von Neumann, ma aggregata in quanto i singoli settori produttivi si riducevano uno solo. In definitiva, il modello di Graziani poteva essere considerato una interessante variante macroeconomica di quello di Von Neumann. I modelli di crescita lineari, famiglia a cui appartiene anche quello di Graziani, pur essendo diffusamente proposti negli anni Sessanta vennero guardati con un certo sospetto

dagli studiosi e non raggiunsero mai un elevato livello di consenso. Questo può piegare la ragione per cui anche il modello di Graziani non sia stato ulteriormente sviluppato, nemmeno dal suo autore, ma sia rimasto un risultato isolato. La situazione è venuta radicalmente mutando solo alla fine degli anni Ottanta con l'emergere della letteratura sulla crescita endogena.

Guardando all'evoluzione della modellistica sulla crescita economica nel secondo dopoguerra, probabilmente il difetto fondamentale che si imputava in quegli anni a questo tipo di modelli era la mancanza di una dinamica di transizione. O, dal punto di vista matematico, il fatto che i modelli lineari fossero intrinsecamente instabili. Se il sistema economico per una qualche ragione si veniva a collocare al di fuori del punto di equilibrio, non c'era alcun meccanismo in grado di riportarlo nella posizione intertemporale di equilibrio. Questo problema era stato messo ben in chiaro dallo stesso Harrod nel suo fondamentale modello di crescita del 1939. Harrod aveva osservato che una volta al di fuori del punto di equilibrio il principio del moltiplicatore e dell'acceleratore spingevano l'economia sempre più lontano dalla traiettoria di equilibrio. Questa caratteristica era generale ed era insita nella linearità delle equazioni di accumulazione. Il grande merito del modello di Solow, d'altra parte, era stato proprio quello di dare una soluzione coerente al problema della instabilità harrodiana. L'uso di una funzione di produzione neoclassica con rendimenti decrescenti produceva una traiettoria dinamica che tendeva verso una posizione di equilibrio di stato stazionario. Posizione di equilibrio in cui, tuttavia, la crescita economica era del tutto assente. Dunque risolto il problema dell'instabilità si apriva una questione ancor più fondamentale, e cioè delle forze che determinavano nel lungo periodo la crescita economica. Solow ricorse ad elementi esogeni come il progresso tecnico oppure la crescita demografica. Una concezione della dinamica nel senso di Frisch e di Samuelson, come quella contenuta nel modello di Solow, non poteva che ricondurre ad una crescita esogena nel lungo periodo.

La teoria della crescita endogena sviluppata negli anni Novanta ha messo in discussione la prospettiva di Solow, mettendo da parte il problema della stabilità e ritornando invece sulle ragioni della crescita. Non sorprende che in questo contesto siano riapparsi, se pur in forma diversa, modelli che sono più vicini alla modellistica che può essere fat-

ta risalire all'impostazione di Von Neumann. Da questo punto di vista possiamo dire che il modello di Graziani costituisce una prima anticipazione di un modello di crescita endogena. La struttura formale è la medesima e se ne distingue solamente per alcuni aspetti interpretativi. Il fatto che questo filone sia stato marginalizzato negli anni Sessanta non dipendeva dalle sue carenze analitiche ma piuttosto dal fatto che gli studiosi della crescita ritenevano importanti altri aspetti, primo fra tutti quello della stabilità/instabilità del modello dinamico. Nel modello di Graziani il problema della stabilità è superato per ipotesi perché il sistema si trova sempre nella posizione di equilibrio, esattamente come nei modelli di crescita endogena. In questi ultimi si assume che gli operatori abbiano delle aspettative razionali, eliminando quindi fin dall'origine il problema della instabilità dei sentieri di crescita.

7. Conclusioni

La teoria dell'equilibrio economico generale è stato un campo di ricerca molto importante per gli economisti italiani, da Pareto in poi. Nel secondo dopoguerra i giovani economisti italiani sono ritornati sulle questioni lasciate aperte in particolare dalla teoria paretiana. Anche Augusto Graziani nella fase iniziale della sua attività scientifica ha dato un contributo interessante su queste tematiche. L'analisi ci ha permesso di mettere in chiaro per quali ragioni la teoria assiomatica non abbia trovato un ambiente favorevole in Italia. Gli economisti italiani erano legati ad una visione descrittivo-interpretativa della teoria dell'equilibrio economico generale (Montesano, 1990) che non considerava con grande interesse ulteriori raffinamenti matematici.

Nel campo della dinamica dell'equilibrio economico generale Graziani ha dato una risposta brillante ai molti problemi che l'impostazione di Walras e Pareto aveva lasciato aperti. Si è trattato di una soluzione che andava nel segno di quella ricerca di carattere empirico ed operativo a cui Graziani mirava. Il punto centrale è consistito in una trasformazione in senso aggregato del modello di von Neumann. Così facendo egli ha anticipato alcuni elementi essenziali della teoria della crescita endogena mostrando come

essa muova da una logica sia profondamente differente da quella del paradigma solowiano ed abbia piuttosto delle radici classiche.

Bibliografia

- Aghion, P. e P. Howitt, (2009), *The Economics of Growth*, Cambridge, MIT Press.
- Amoroso L., (1928), Discussione del sistema di equazioni che definiscono l'equilibrio del consumatore, *Annali di Economia*, vol. IV, pp. 30-41.
- de Pietri-Tonelli A. (1963), *Economia e Politica. Scritti vari*, Padova, Cedam.
- Debreu G., (1959), *Theory of value : an axiomatic analysis of economic equilibrium*, New Haven: Yale University Press.
- Dorfman R., P. Samuelson, R. Solow (1958), *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill: New York.
- Garofalo, G. (1995), Gli economisti in Italia negli anni 1950-1975, *Economia Politica*,
- Garegnani, P. (1960), *Il capitale nelle teorie della distribuzione*, Milano: Giuffrè.
- Graziani, A. (1964), Equilibrio generale ed equilibrio macroeconomico, *Giornale degli economisti*.
- Graziani, A. (1965), *Equilibrio generale ed equilibrio macroeconomico*, Napoli: Edizioni Scientifiche Italiane.
- Graziani, A. (1991), The Italian Economic Journals and some major Turning-points in Economic Theory, *Economic Notes*, 21:121-133.
- Grossman, G. e E. Helpman (1991), *Innovation and Growth in the Global Economy*, Cambridge: MIT Press.
- Guccione A. e E. Minelli (1999), Consumer Theory and Axiomatic: a Note on an Early Contribution by Luigi Amoroso, *History of Political Economy*, 31:587-589.
- Harcourt, G.C. (2006), *The Structure of Post-Keynesian Economics*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Harrod, R.F. (1939), 'An Essay in Dynamic Theory', *Economic Journal*, 49, pp. 14-33.
- Ingrao B. e G. Israel (1987), *La mano invisibile*, Laterza, Bari.
- Jones, L.E. e Manuelli, R.E. (1997) 'The Sources of Growth', *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21, 75-114.
- Kurz, H., N. Salvadori (1998) (eds.), *Understanding 'Classical' Economics: Studies in the Long-Period Theory*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Montesano, A. (1970), Il sistema teorico dell'equilibrio economico generale e la coerenza della teoria walrasiana della capitalizzazione, *Giornale degli Economisti*, sett-ott., pp.704-743.
- Montesano, A. (1971), Il sistema teorico dell'equilibrio economico generale e la coerenza della teoria walrasiana della capitalizzazione – Continuazione, *Giornale degli Economisti*, fascicolo 5-6, pp. 427-467.
- Napoleoni, C. (1963), 'La teoria dell'equilibrio economico generale secondo von Neumann' *La Rivista Trimestrale*, 3.
- Napoleoni, C. (1965), *L'equilibrio economico generale*, Torino: Boringhieri.
- Pomini, M. (2004), *The Paretian Tradition during the interwar Period*, London, Routledge.
- Salvadori, N. (2003), *The Theory of Economic Growth. A Classical Perspective*, Edward Elgar: Cheltenham.
- Solow R., (2000), 'The Neoclassic Theory of Growth and Distribution', *Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review*, 53, 349-381.
- Tosato, D., (1963), *Equilibrio economico generale e accumulazione del capitale*, Napoli.
- Trezza, B. (1964), *Valore e distribuzione*, Jovene, Napoli.
- Von Neuman, J. (1945) [1937], 'A Model of General Equilibrium', *Review of Economic Studies*, 13, 1-9.
- Zaghini, E. (1968), Il problema dell'esistenza di soluzioni economicamente significative nel modello walrasiano di accumulazione, *Giornale degli Economisti*.
- Weintraub, S. (1991), *Stabilizing dynamics*, Cambridge: Cambridge University Press.

